MÁME PROBLÉM…
(už zase)

Jak moc se od sebe liší dva řetězce?

A: ababcaabcabbacccbaaccbababaccc
B: bbaccabaacabbcbaabcabccbaabbaa

(Levenšteinova) Editační vzdálenost

kolik znaků musíme vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

(Levejštejn dovoloval ještě ZMĚNU znaku)

Rozdělení dětí do skupin

Na hřišti je 6 dětí,

kolika způsoby se mohou rozdělit do 3 skupin?

Skupiny nemají žádné jméno,

jde jen o to, kdo si s kým bude hrát.

Mrkev a petržel

- Máme 10 záhonků
- na každý přijde buďto mrkev nebo petržel
- nikdy nesmí být dva záhonky s mrkví vedle sebe

Kolika způsoby můžeme záhonky osázet/osít?

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem

$= M_k$ // počet způsobů když poslední je mrkev

$+ P_k$ // počet způsobů když poslední je petržel

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem

$=$ M_k // počet způsobů když poslední je mrkev

$+$ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$M_1 = P_1 = 1$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem

$= M_k$ // počet způsobů když poslední je mrkev

$+ P_k$ // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$M_1 = P_1 = 1$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$M_k = \ldots \qquad P_k = \ldots$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem

$= M_k$ // počet způsobů když poslední je mrkev

$+ P_k$ // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$$M_1 = P_1 = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$$M_k = P_{k-1} \qquad P_k = M_{k-1} + P_{k-1}$$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem

$= M_k$ // počet způsobů když poslední je mrkev

$+ P_k$ // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$M_1 = P_1 = 1$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$M_k = \dots \qquad P_k = \dots$

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

// ukládáme si (mezi)výsledky, hodí se na to tabulkový procesor

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\,S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\ S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D,\ 1}$ = ... $P_{D,\ D}$ = ...

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\,S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D,\,1} = 1 \qquad P_{D,\,D} = 1$

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\ S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D,\ 1} = 1$ $\quad P_{D,\ D} = 1$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\,S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D,\,1} = 1 \qquad P_{D,\,D} = 1$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Tip: Položit si nějakou šikovnou otázku:

Co se stane, když přijde poslední dítě?

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D,\,S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D,\,1} = 1 \qquad P_{D,\,D} = 1$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Tip: Položit si nějakou šikovnou otázku:

Co se stane, když přijde poslední dítě?

$P_{D,\,S} = P_{D-1,\,S} * S$ // přidá se do některé skupiny

$+ P_{D-1,\,S-1}$ // založí si vlastní skupinu

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

Jak moc se od sebe liší dva řetězce?

```
A: ababcaabcabbacccbaaccbababaccc
B: bbaccabaacabbcbaabcabccbaabbaa
```

(Levensteinova) Editační vzdálenost

kolik znaků musím vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

Ekvivalentní úloha:

Délka nejdelšího společného podřetězce

kolik znaků NEmusím vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i-znaků z A a j-znaků z B

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i-znaků z A a j-znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i-znaků z A a j-znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když A[i] == B[j]:

```
A: ....x
B: .......x
```

když A[i] != B[j]:

```
A: ....x
B: .......y
```

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i-znaků z A a j-znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když A[i] == B[j]:

```
A: ....x
B: .......x
```

$D_{i,j} = 1+D_{i-1,j-1}$

když A[i] != B[j]:

```
A: ....x
B: .......y
```

$D_{i,j} = \max(D_{i-1,j}, D_{i,j-1})$

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i-znaků z A a j-znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když A[i] == B[j]:

```
A: ....x
B: .......x
```

$D_{i,j} = 1+D_{i-1,j-1}$

když A[i] != B[j]:

```
A: ....x
B: .......y
```

$D_{i,j} = \max(D_{i-1,j}, D_{i,j-1})$

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

Úlohy „Kolik celkem?“

versus

úlohy „Kolik nejlépe (a jak)?“

Násobení matic

1) Na vynásobení dvou matic rozměrů
   $a \times b$ a $b \times c$
   potřebujeme $a \times b \times c$ operací násobení.
2) Násobení matic je asociativní.
3) Na různá pořadí potřebujeme různý počet násobení

$((1\times8)(8\times1))\ (1\times5)$ » $1\times8\times1 + 1\times1\times5 = 8+5 = 13$
$(1\times8)(\ (8\times1)(1\times5)\ )$ » $8\times1\times5 + 1\times8\times5 = 40+40 = 80$

Kolik (nejméně) násobení potřebujeme
k vynásobení řady matic známých rozměrů?

Násobení matic

Příklad:

4 matice, jejich rozměry jsou

(2×8) (8×4) (4×5) (5×2)

Vstup jsou rozměry matic:

[2,8,4,5,2], s indexy 0..4. = R_0, R_1, R_2, R_3, R_4

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{k,i}$ // počet pro součin k matic, počínaje i-tou

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{1,i} = 0$

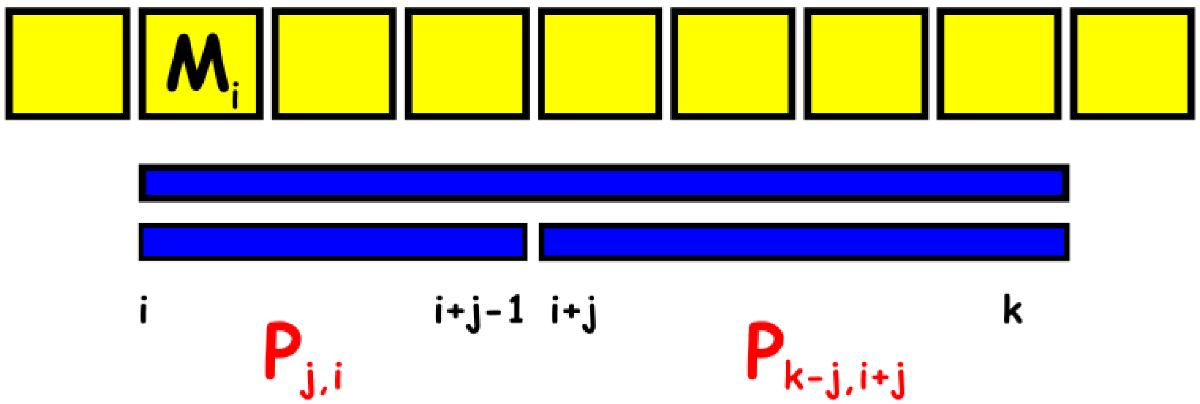
Násobení matic

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Jak najít nejlepší způsob vynásobení k matic?

Projedeme všechny způsoby,
jak součin k matic rozdělit na součin dvou matic
a vybereme z nich ten nejvýhodnější (minimální).

$P_{k,i} = \min(\; P_{j,i} + P_{k-j,i+j} + R_i \times R_{i+j} \times R_{i+k} \;)$, přes j=1..k-1



Dynamické programování

Řešení úlohy skládáme z řešení menších pod-úloh (která jsme si předtím vypočetli a zapamatovali).

Rozděl a panuj

Trochu to připomíná metodu Rozděl a panuj, ale liší se v tom, že u Rozděl a panuj víme, kde máme rozdělit, zatímco u dynamického programování to nevíme a tak zkoušíme všechny možnosti a z nich vybíráme nejlepší.

Memoizace

Rekurze s ukládáním výsledků,
když se vynechá ta rekurze, zbyde dynamické pgm.

Další úlohy

Počet BVS

Nejdelší cesta v topologicky uspořádaném grafu

Hry – počet a jak hrát…

Optimální BVS…