

MÁME PROBLÉM...
(už zase)

Jak moc se od sebe liší dva řetězce?

ababcaabcabbaccbaaccbababacc
bbaccabaacabbcbabaabcabccbaabbaa

(Levensteinova) Editiční vzdálenost

kolik znaků musíme vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

Rozdělení dětí do skupin

Na hřišti je 6 dětí,

kolika způsoby se mohou rozdělit do 3 skupin?

Skupiny nemají žádné jméno,

jde jen o to, kdo si s kým bude hrát.

Mrkev a petržel

- . Máme 10 záhonků
- . na každý přijde buďto mrkev nebo petržel
- . nikdy nesmí být dva záhonky s mrkví vedle sebe

Kolika způsoby můžeme záhonky osázet/osít?

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem
= M_k // počet způsobů když poslední je mrkev
+ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem
= M_k // počet způsobů když poslední je mrkev
+ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$$M_1 = P_1 = 1$$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem
= M_k // počet způsobů když poslední je mrkev
+ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$$M_1 = P_1 = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$$M_k = \dots \quad P_k = \dots$$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem
= M_k // počet způsobů když poslední je mrkev
+ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$$M_1 = P_1 = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$$M_k = P_{k-1} \quad P_k = M_{k-1} + P_{k-1}$$

Mrkev a petržel

Krok 1: Úlohu zobecníme:

Z_k // počet způsobů celkem
= M_k // počet způsobů když poslední je mrkev
+ P_k // počet způsobů když poslední je petržel

Krok 2: Určíme triviální případy

$$M_1 = P_1 = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

$$M_k = P_{k-1} \quad P_k = M_{k-1} + P_{k-1}$$

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

// ukládáme si (mezi)výsledky, hodí se na to tabulkový procesor

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$P_{D, 1} = \dots$ $P_{D, D} = \dots$

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$$P_{D, 1} = 1 \quad P_{D, D} = 1$$

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$$P_{D, 1} = 1 \quad P_{D, D} = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$$P_{D, 1} = 1 \quad P_{D, D} = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Tip: Položit si nějakou šikovnou otázku:

Co se stane, když přijde poslední dítě?

Rozdělení dětí do skupin

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{D, S}$ // počet způsobů rozdělení D dětí do S skupin

Krok 2: Určíme triviální případy

$$P_{D, 1} = 1 \quad P_{D, D} = 1$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

Tip: Položit si nějakou šikovnou otázku:

Co se stane, když přijde poslední dítě?

$$P_{D, S} = P_{D-1, S} * S \quad // \text{ přidá se do některé skupiny} \\ + P_{D-1, S-1} \quad // \text{ založí si vlastní skupinu}$$

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

Jak moc se od sebe liší dva řetězce?

ababcaabcabbaccbaaccbababacc
bbaccabaacabbcbabaabcabccbaabbaa

(Levensteinova) Editiční vzdálenost

kolik znaků musím vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

Ekvivalentní úloha:

Délka nejdelšího společného podřetězce

kolik znaků NE musím vymazat a přidat,
abychom z prvního řetězce dostali ten druhý?

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i -znaků z A a j -znaků z B

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i -znaků z A a j -znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$$

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i -znaků z A a j -znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když $A[i] == B[j]$:

A:x

B:x

když $A[i] != B[j]$:

A:x

B:y

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i -znaků z A a j -znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když $A[i] == B[j]$:

A:X

B:X

$$D_{i,j} = 1 + D_{i-1,j-1}$$

když $A[i] != B[j]$:

A:X

B:y

$$D_{i,j} = \max(D_{i-1,j}, D_{i,j-1})$$

Délka nejdelšího společného podřetězce

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$D_{i,j}$ // ...jen pro prvních i -znaků z A a j -znaků z B

Krok 2: Určíme triviální případy

$$D_{i,0} = D_{0,j} = 0$$

Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorce

když $A[i] == B[j]$:

A:X

B:X

$$D_{i,j} = 1 + D_{i-1,j-1}$$

když $A[i] != B[j]$:

A:X

B:y

$$D_{i,j} = \max(D_{i-1,j}, D_{i,j-1})$$

Krok 4: Spočteme, co potřebujeme

Úlohy „Kolik celkem?“
versus
úlohy „Kolik nejlépe (a jak)?“

Násobení matic

1) Na vynásobení dvou matic rozměrů

$$a \times b \text{ a } b \times c$$

potřebujeme $a \times b \times c$ operací násobení.

2) Násobení matic je asociativní.

3) Na různá pořadí provádění operací

potřebujeme různý počet násobení

$$((1 \times 8)(8 \times 1)) (1 \times 5) \gg 1 \times 8 \times 1 + 1 \times 1 \times 5 = 8 + 5 = 13$$

$$(1 \times 8)((8 \times 1)(1 \times 5)) \gg 8 \times 1 \times 5 + 1 \times 8 \times 5 = 40 + 40 = 80$$

**Kolik (nejméně) násobení potřebujeme
k vynásobení řady matic známých rozměrů?**

Násobení matic

Příklad:

4 matice, jejich rozměry jsou

(2×8) (8×4) (4×5) (5×2)

Vstup jsou rozměry matic:

$[2, 8, 4, 5, 2]$, s indexy $0..4$. = R_0, R_1, R_2, R_3, R_4

Krok 1: Úlohu zobecníme:

$P_{k,i}$ // počet pro součin k matic, počínaje i -tou

Krok 2: Určíme triviální případy

$$P_{1,i} = 0$$

Násobení matic

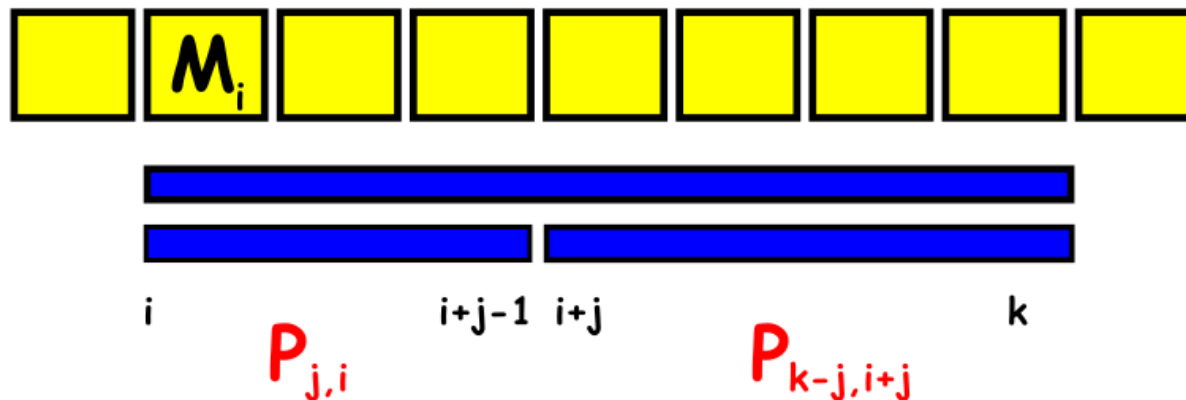
Krok 3: Určíme rekurentní vzorec/vzorci

Jak najít nejlepší způsob vynásobení k matic?

Projedeme všechny způsoby,

jak součin k matic rozdělit na součin dvou matic
a vybereme z nich ten nejvýhodnější (minimální).

$$P_{k,i} = \min(P_{j,i} + P_{k-j,i+j} + R_i \times R_{i+j} \times R_{i+k}), \text{ přes } j=1..k-1$$



Násobení matic

Příklad:

(2×8)

(8×4)

(4×5)

(5×2)

1:

2:

3:

4:

Násobení matic - složitost

Pokud máme N matic...

Vyplňujeme tabulku $N \times N$

=> paměťová složitost je $O(N^2)$

Pro vyplnění jednoho políčka vyzkoušíme N možností

=> paměťová složitost je $O(N^3)$

Dynamické programování

Řešení úlohy skládáme z řešení menších pod-úloh (která jsme si předtím vypočetli a zapamatovali).

Rozděl a panuj

Trochu to připomíná metodu Rozděl a panuj, ale liší se v tom, že u Rozděl a panuj **víme**, kde máme rozdělit, zatímco u dynamického programování to **nevíme** a tak zkusíme všechny možnosti a z nich vybíráme nejlepší.

Memoizace

Rekurze s ukládáním výsledků,

= když se vynechá ta rekurze, zbyde dynamické pgm.

Další úlohy

Počet BVS

Nejdelší cesta v topologicky uspořádaném grafu

Hry - počet a jak hrát...

Optimální vyhledávací strom